

### III. AKCIJOS, OBLIGACIJOS IR JŲ VERTINIMAS

#### 5 ATEITIES VERTĖ, DABARTINĖ VERTĖ IR PALŪKANŲ NORMOS

##### Turinys

- 5.1 Įvadas
- 5.2 Mokėjimų dabar ir ateityje vertė
  - 5.2.1 Ateities vertė ir sudėtinė palūkanų norma
  - 5.2.2 Dabartinė vertė
- 5.3 *PV* taikymas
  - 5.3.1 Vidinė gražos norma
  - 5.3.2 Obligacijos: pagrindai
  - 5.3.3 Paprastesnė *PV* formulė
- 5.4 Realios ir nominalios palūkanų normos

##### 5.1 Įvadas

■ **Skolintojai** istoriškai **nebuvo labai mėgstami**, švelniai tariant:

- daug kam atrodydavo, kad jie **uždirba pinigus nieko neveikdami**;
- nustato **lupikiškas palūkanas** (ir, o siaube, **palūkanas nuo palūkanų**);
- jų turtėjimas lemia **nelygybės didėjimą**.



- Nepaisant visko, **skolintojai egzistuoja**, o **kreditas** yra vienas svarbiausių būdų paskirstyti išteklius. Skola ir **kreditas egzistuoja senai**:
  - yra archeologinių šaltinių, kad žmonės **skolindavo grūdus ir metalą prieš 5000 m.**;
  - **kreditas egzistavo bent 2000 metų prieš monetų atsiradimą**;
  - **skolos lazdelės** (tally sticks) buvo vienas **pirmųjų pinigų**.



**Pav. 5.1. Skolos lazdelės**

■ Nepaisant senos istorijos, **kreditą buvo sunku gauti iki protestantiškos reformacijos**. XVI a. požiūris į kreditą pasikeitė, o (nelupikiškų) palūkanų mokėjimai buvo labiau toleruojami:

- kai kurie istorikai netgi laiko tai **postūmiu kapitalizmo ir jo institucijų susikūrimui**;
- **protestantiškos Europos šalys vystėsi greičiau už katalikiškas**, bent jau iš pradžių.<sup>8</sup>

■ **XX a. kredito augimas buvo ypač didelis**, ir nors tai sutapo su ekonominio augimo laikotarpiu, palūkanų institutas ir skolintojai nėra labai populiarūs. Kodėl?

■ Palūkanų nepopuliarumas nemaža dalimi atsiranda yra dėl nesuvokimo, kad **skolintojas**, išduodamas paskolą, turi **alternatyvinius kaštus**:

- **skolintojas atsisako vartoti dabar**;
- per paskolos laikotarpį jis **negali pasinaudoti** kai kuriomis **atsiradusiomis galimybėmis**;
- taigi, **besiskolinantieji** turi sumokėti skolintojams **kompensaciją** už prarastas galimybes.

■ **Bankai**, klaviatūros pagalba išduodami paskolą, **iš pradžių neturi alternatyvinių kaštų**, bet jie atsiranda kiek **vėliau**, kai:

---

<sup>8</sup> Taip argumentavo Max Weber (1905) *The Protestant Ethic and the Spirit of Capitalism*.

- einamieji **indėliai tampa taupomaisiais**;
  - reikia **skolintis**, kad pakeist iš banko **išėjusius indėlius**.
- Šiandien **palūkanų normos** (interest rates) – procentai nuo pasiskolintos sumos:
- yra tarytum **savaime suprantamos** ir svarbios kone kiekvienam – žmonėms, verslams, valdžioms;
  - **susieja dabartį ir ateitį**, leidžiant **palyginti mokėjimus skirtingomis datomis**;
  - parodo **skolinimo grąžą** ir **skolinimosi kaštus**.
- Kad mokėtume daryti **gerus finansinius sprendimus**, turime:
- suprasti palūkanų normas, naudojant **ateities vertės** ir **dabartinės vertės** sąvokas;
  - mokėti taikyti šias sąvokas **vertinant įvairias FP-es**;
  - suvokti **infliacijos reikšmę taupymo grąžai** (suvokti **nominalias** ir **realias palūkanas**).

## 5.2 Mokėjimų dabar ir ateityje vertė

- Kad palygintume mokėjimų skirtingomis datomis vertę, turime **suvokti 2 sąvokas**:
- **ateities vertė** (future value, *FV*);
  - **dabartinė vertė** (present value, *PV*).

- Naudosime jas, kad pamatytume kodėl **pažadas sumokėti tam tikrą sumą ateityje yra mažiau vertas nei pažadas sumokėti šiandien**. Pavyzdžiui, žinote, kad jei pasiskolinsite €100 šiandien, po kiek laiko turėsite grąžinti daugiau, tačiau „**kiek daugiau**“ **priklauso nuo**:
  - **mokėjimo datos**;
  - **palūkanų normos**.
- Šioje paskaitoje darysime **prielaidą, kad jūs tikrai sumokėsite**. Neapibrėžtumą dėl mokėjimo nagrinėsime paskaitoje apie riziką.

### 5.2.1 Ateities vertė ir sudėtinė palūkanų norma

- Kokia yra **ateities vertė €1**, padėto į **palūkanas duodantį indėlį šiandien**? **Ateities vertė** (future value, *FV*) yra **investicijos šiandien vertė konkrečia data ateityje**. Pavyzdžiui:
  - padėję €100 indėlį su 5% metinėm palūkanom po 1 metų turėsite €105 (investicijos dabartinę vertę €100 ir €5 palūkanų);
  - todėl €100 ateities vertė a) po metų, b) esant 5% palūkanų normai, yra €105.
- Taip pat galėtume sakyti, kad €100 **investicijos pajamos** yra €5, štai kodėl **palūkanų norma dar vadinama pajamingumu** (yield).
- Tokius pačius skaičiavimus atliks **pasiskolines** €100 metams už 5% – grąžinsite €105 (prisiminkite **Pamatinį principą #1**: laikas turi vertę).

■ Matematiškai:

$$€100 + €100 \cdot 0,05 = €105$$

[dabartinė investicijos vertė] + [palūkanos] = [būsimoji investicijos vertė po metų]

$$PV + PV \cdot i = FV$$

$$PV \cdot (1 + i) = FV$$

■ Matome, kad a) **kuo didesnė palūkanų norma** ir b) **investuota suma**, tuo **didesnė ateities vertė**.

■ **Sudėtingesnis pavyzdys**. Dauguma FP-ių nemoka vienintelio mokėjimo lygiai po metų. Kokia bus **ateities vertė €100 investicijos po 2 metų?**

■ Kadangi naudojame metines palūkanų normas, kad apskaičiuotume *FV* investicijos po 2 metų, turime naudoti **sudėtinių palūkanų** (compound interest) sąvoką – **palūkanos nuo palūkanų**. **Antrasis metasis** jūs gausite:

- **palūkanas** ne tik už **pradinę investiciją**,
- bet ir **palūkanas nuo pirmasis metasis gautų palūkanų**, kadangi abu turi alternatyvinius kaštus.

- Taigi, **€100 indėlio dviem metams už 5% metines palūkanas *FV* turės 4 dalis:**
  - 1) **pradinė** investicija €100;
  - 2) **palūkanos už pradinę** investiciją **1-ais** metais;
  - 3) palūkanos už pradinę investiciją **2-ais** metais;
  - 4) **2-ais** metais sumokėtos palūkanos **už 1-ais metais uždirbtas palūkanas** (tai ir yra sudėtinės palūkanos).

$$€100 + €100 \cdot 0,05 + €100 \cdot 0,05 + €5 \cdot 0,05 = €1,05$$

Galime parodyti, kad tai lygu:

$$€100 \cdot 1,05 \cdot 1,05 = €100 \cdot (1,05^2)$$

**[Įrodytas.**  $€100 + €100 \cdot 0,05 + €100 \cdot 0,05 + €5 \cdot 0,05 = €100 + 0,05 + 0,05 + 0,05^2 = €100(1 + 0,05)(1 + 0,05) = €100(1 + 0,05)^2 = €100(1,05)^2$ .

Panaudojome vidurinės mokyklos algebra:  $(1 + i + i + i^2) = (1 + 2i + i^2) = (1 + i)^2$ .]

I=	Metai										
%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	100,00	101,00	102,01	103,03	104,06	105,10	106,15	107,21	108,29	109,37	110,46
0,02	100,00	102,00	104,04	106,12	108,24	110,41	112,62	114,87	117,17	119,51	121,90
0,03	100,00	103,00	106,09	109,27	112,55	115,93	119,41	122,99	126,68	130,48	134,39
0,04	100,00	104,00	108,16	112,49	116,99	121,67	126,53	131,59	136,86	142,33	148,02
0,05	100,00	105,00	110,25	115,76	121,55	127,63	134,01	140,71	147,75	155,13	162,89

Pav. 5.2. €100 ateities vertė

■ Jei turime daugiau metų  $t$ , tada pradinę investuotą sumą ( $I$ ) dauginsime iš  $(1 + i)^t$ . Lentelėje matome €100  $FV$  per kelis metus ir esant įvairioms palūkanoms. Matome, kad **jei ignoruotume sudėtines palūkanas, kaip daro daug paprastų žmonių**, po 10 metų gautume ne €150, o €162,89, t.y. sudėtinės palūkanos duotų papildomus €12,89 palūkanų per 10 metų.

■ Taigi, bendra  $FV$  formulė:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^t$$

■ **Investicijos ne lygiai metams.** Formulė vis dar **galioja**, tačiau viena **pastaba** – skaičiuojant  $FV$ , a)  $i$ , b)  $t$  t.b. matuojami **tais pačiais laiko vienetais**. Naudojome metines palūkanų normas (% per metus), todėl  $t$  buvo matuojamas metais taip pat.

- Taigi, jei skaičiuojame *FV*:
  - po **pusmečio**, tai  $t = 1/2$ ;
  - po **mėnesio**, tai  $t = 1/12$ ;
  - po **dienos**, tai  $t = 1/365$ .
  
- Jei metinė palūkanų norma yra 5%, tai **mėnesio palūkanų norma** (panaudoję sudėtines palūkanas) bus 1,0041, nes:
  - $(1 + i^m)^{12} = 1,05$ ;
  - pakėlę abi puses  $1/12$  laipsniu,  $(1 + i^m) = 1,05^{1/12}$ .
  
- **Procento šimtosios dalys** finansų pasaulyje turi atskirą vardą – **baziniai punktai** (basis points), **pavyzdžiui**, 0,41 procento yra 41 bazinis punktas.

### Intarpas 5.1. Investicijos dvigubėjimas ir 72 taisyklė

Per kiek laiko €100 už 5% taps €200?:

- **bukokas būdas** – kalkuliatorium dauginkit €100 iš 1,05 vėl ir vėl, kol gausit apie €200. Po 14 kartų bus €197,99, po 15 kartų – jau €207,89. Žodžiu, investicija padvigubės tarp 14 ir 15 metų;
- **72 taisyklė** (rule of 72):  $72/5 = 14,4$  metų. Patikrinkite, kad  $1,05^{14,4} = 2,02$ .

**72 taisyklė:**

- rodo **sudėtinių palūkanų galią** – palūkanoms padvigubėjus, investicijos padvigubėjimo laikas sumažėja per pusę;
- galioja **kitiems eksponentiniams procesams**, kai kas nors auga pastoviu tempu (**gyventojų skaičius**, įmonės pardavimai etc.).

**[Įrodymas.** 72 taisyklė yra aproksimacija algebrinės problemos su natūralaus logaritmo panaudojimu:

- naudojame  $FV = PV(1 + i)^t$
- prilyginame  $PV = 1$ , o  $FV = 2$
- logaritmuojame  $t = \ln(2)/\ln(1 + i)$  (ši formulė yra tiksli)
- naudojame aproksimaciją, kad  $\ln(1 + i) \approx i$  (nedideliems  $i$ )
- tada  $t = \ln(2)/i$
- $\ln(2) = 0,693$ , todėl, turėtume naudoti 69,3 taisyklę. Nedidelėms palūkanoms taip ir darykite, bet pedagoginiais tikslais naudojamos 5%, ar panašios apvalios palūkanos, todėl 72.]

### 5.2.2 Dabartinė vertė

■ Kiek **mokėjimas ateityje yra vertas šiandien?** Pavyzdžiui, draugas nori pasiskolinti €225, ir siūlo mokėti:

- po €100 3-is metus;
- po €125 2-u metus.

- Ką rinksitės? Apskaičiuokite šių mokėjimo sekų **dabartinę vertę** (present value), kartais vadinamą **dabartine diskontuota verte** (present discounted value).
- Kol kas **naudojome *PV* žymėti pradinę investuotą sumą**, bet, **kitaip pažvelgus**, tai ir yra **šiandieninė vertė mokėjimų, kurie bus ateityje**, t.y. **dabartinė vertė yra suma, kuri t.b. investuota šiandien, kad gautume tam tikrą sumą ateities datai.**
- FP-ės žada ateities mokėjimus, todėl reikia žinoti kaip vertinti tuos mokėjimus. ***PV* yra pagrindas apskaičiuoti FP-ių kainą!**
- Pertvarkome ankstesnę *FV* formulę:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^t}$$

- Ankstesniame pavyzdyje:
  - *FV* €100 (po 1ų metų su 5% palūkanomis) yra €105;
  - *PV* €105 (po 1ų metų, esant 5% palūkanoms) yra €100.
- *FV* didėja su palūkanų norma, *PV* mažėja, didėjant palūkanų normai.

- O jei mokėjimai bus **ne per 1-us metus**? Bendroji formulė:

$$PV = \sum_t \frac{FV_t}{(1+i)^t}$$

- Iš formulės matome, kad **PV** tuo didesnė:
  - kuo didesni ateities mokėjimai  $FV_t$ ;
  - kuo trumpesnis laikas  $t$  iki mokėjimo;
  - kuo mažesnė palūkanų norma  $i$ .

I=	100	Metai									
%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	100,00	99,01	98,03	97,06	96,10	95,15	94,20	93,27	92,35	91,43	90,53
0,02	100,00	98,04	96,12	94,23	92,38	90,57	88,80	87,06	85,35	83,68	82,03
0,03	100,00	97,09	94,26	91,51	88,85	86,26	83,75	81,31	78,94	76,64	74,41
0,04	100,00	96,15	92,46	88,90	85,48	82,19	79,03	75,99	73,07	70,26	67,56
0,05	100,00	95,24	90,70	86,38	82,27	78,35	74,62	71,07	67,68	64,46	61,39

Lent. 5.1. Dabartinė vertė

- **72 taisyklės taikymas PV atveju.** €100 PV, esant 5% palūkanų normai, po 14,4 metų (=72/5) bus ~€50.

## 5.3 PV taikymas

### ■ PV sąvokos taikymą iliustruosime 2 pavyzdžiais:

- vidinė grąžos norma;
- obligacijos vertinimu.

#### 5.3.1 Vidinė grąžos norma

### ■ Kuriate įmonę, galvojate ar skolon pirkti įrengimą:

- įrengimas kainuos €1 mln.;
- pagamins 4000 vnt. prekės per metus;
- parduosite prekes po €50 už vnt.;
- todėl metinės pajamos bus €200 000;
- €50 000 reikia žaliavoms, darbo užmokeščiui (**nepridėkite palūkanų, jas mokėsite iš pelno prieš palūkanas**);
- todėl metinis pelnas bus €150 000;
- po 10 metų įrengimas staiga nebeveiks.

### ■ Ar pirkti? Priklauso nuo palūkanų už paskolą:

- pirma, apskaičiuosime jūsų investicijos į įrengimą **vidinę grąžos normą** (internal rate of return, *IRR*);



- **antra, palyginsime ją su faktine palūkanų norma**  $i$  už banko paskolą, ir jei  $IRR > i$ , įrengimą pirkti apsimoka.

■ **IRR yra palūkanų norma, kuri sulygina investicijos kainą su jos generuotų pajamų PV.** Mūsų pavyzdyje:

$$1000000 = \sum_{t=1}^{10} \frac{150000}{(1 + irr)^t}$$

- Su Excel funkcija =irr() apskaičiuojame  $IRR$  ir gauname 8,14%. (<https://www.youtube.com/watch?v=Ug74NbL81CE>)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	-1000000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000	150000
IRR=	8,14%										

- **Ar 8,14% yra pakankama  $IRR$ , kad pateisintų jūsų investiciją?** Tai priklauso nuo €1 mln. gavimo kainos, kurios yra dvi:
  - galite naudoti savo įmonės **vidines lėšas** (retained earnings) – buvusių pelnų sumą;
  - galite imti **paskolą** (loan) iš banko.

- Pirmu atveju sprendžiate **ar įrengimo IRR yra didesnė už geriausios alternatyvos panaudoti jūsų lėšas palūkanas** (pavyzdžiui, padėti indėlių), kas yra jūsų investicijos **alternatyviniai kaštai** (alternative costs).
- Antru atveju, kai skolinatės iš banko (**paskolos palūkanos tada yra alternatyviniai kaštai**, nes jos galite ir neimti), jums reikia žinoti **ar liks pelno po palūkanų mokėjimo**.
- Lentelė parodo **pastovius paskolos aptarnavimo mokėjimus** (fixed-payment loan), paėmus €1 mln. 10-čiai metų už įvairias palūkanų normas (Excel funkcija =PMT(*i*; *trukmė*; *-suma*)).

I=	-1000000
%	PMT
0,01	105582
0,02	111327
0,03	117231
0,04	123291
0,05	129505
0,06	135868
0,07	142378
0,08	149029
0,09	155820
0,1	162745

- PMT funkcija naudoja faktą, kad paskolos suma t.b. lygi *PV* 10-ies pastovių mokėjimų, esant paskolos palūkanų normai *i*.

$$1000000 = \sum_{t=1}^{10} \frac{M}{(1+i)^t}$$

- Esant kokiai *i* apsimoka imti paskolą?:

- prisiminkite, kad jūsų metinis pelnas prieš palūkanų mokėjimą yra €150 000, o vidinė grąžos norma yra 8,14%;
- kol paskolos palūkanų norma  $i$  yra **8% ar mažiau**, jūsų pelnas po palūkanų mokėjimo bus teigiamas;
- jei tiksliai, tai **IRR ir yra palūkanų norma, esant kuriai €150 000 metinis mokėjimas per 10 metų lygiai grąžins paskolą** – taigi, **imam paskolą, jei  $IRR > i$** .

■ **Skoliname.** *IRR* padės ir atsakant kaip skolinti kolegai €225 aukščiau pateiktame pavyzdyje:

- kolega siūlo mokėti €100 3-is metus ( $IRR = 15,9\%$ );
- €125 2-u metus ( $IRR = 7,3\%$ );
- **pirmas** grąžinimo būdas jums **geresnis**.

### Intarpas 5.2. Priešlaikinis išėjimas į pensiją

Jei tokia galimybė yra, geriau ja nesinaudokite – paprastai tai **neapsimoka** (nebent žinote, kad sergate **mirtina liga**) – **PV** tokių **anuitetų sekos bus prastesnis**, nei **PV** mokėjimų, išėjus į pensiją standartiniu laiku.

### 5.3.2 Obligacijos: pagrindai

■ *PV* sąvoka labai padeda vertinant **obligacijas** (bonds) – **pažadą atlikti mokėjimų seką konkrečiomis ateities datomis**. Šį pažadą ir perkame, kai skoliname obligacijos emitentui.

**Obligacija**, kaip **teisinis įsipareigojimas**, pasako 2 pagrindinius dalykus:

- **mokėjimų seką**;
- kas vyksta, jei **emitentas tų mokėjimų atlikti negali**.

■ **Pagrindinis obligacijų tipas**:

- **obligacija su atkarpa** (coupon bond) – emitentas moka a) **atkarpas** (coupons) pagal **atkarpos palūkanas** (coupon rate) ir b) visą **pradinę pasiskolintą sumą** (principal; face value; par value) **išpirkimo metu** (maturity date).



Pav. 5.3. Obligacija su atkarponimis

- **Prieš kompiuterizaciją**, investuotojai gaudavo **popierinę obligaciją** su, tarkim, **10-čia datomis ir sumomis pažymėtų atkarpu**, kurias investuotojas:
  - **nukirpdavo** ir pateikdavo obligacijos emitentui, kad šis išmokėtų atkarpoje nurodytą sumą;
  - **obligacijos išpirkimo metu** investuotojas pateikdavo **pačią obligaciją pagrindinės sumos išmokėjimui**.
  
- **Moderniais laikais** viskas vyksta **elektroniais pavedimais**.
  
- **Kiek mokėti už obligaciją?** Atsakymą pateikia *PV* sąvoka – **obligacijos kaina yra *PV* jos atkarpu ir pagrindinės sumos mokėjimų**.

Pavyzdžiui, kaip įvertinti tokią obligaciją:

- 10 metų **iki išpirkimo**;
- €100**pagrindinė** suma;
- kasmetinės **atkarpos** po €10.

1) Pagrindinės sumos *PV*:

$$PV_F = \frac{F}{(1+i)^{10}}$$

$F$	<b>100</b>
$i=$	<b>0,1</b>
$PV(C)=$	<b>61,45</b>
$PV(F)=$	<b>38,55</b>
$PV$	<b>100,00</b>

Matome, kad šiame pavyzdyje:

- $PV$  pagrindinės sumos mokėjimo po 10 m. [ $PV(F)$ ] yra **€38,55**
  - **kuo toliau mokėjimas, tuo jo  $PV$  bus mažesnė;**
  - **kuo didesnė atkarpos palūkanų norma, tuo mažesnė  $PV(F)$ ;**

2)  $PV$  atkarpų mokėjimų:

$$PV_C = \sum_{t=1}^{10} \frac{C_t}{(1+i)^t}$$

Matome, kad šiame pavyzdyje:

- $PV$  atkarpų mokėjimo 10 metų [ $PV(C)$ ] yra **€61,45**
  - **kuo ilgiau tęsiasi kuponų mokėjimai, tuo didesnė jų bendroji  $PV$  – 30 m. obligacijos mokėjimų bus daugiau nei 10 m. obligacijos, todėl 30 m.**

- obligacija, *ceteris paribus*, bus brangesnė;
- **kuo didesnė diskonto palūkanų norma, tuo mažesnė atkarpų bendroji PV.**

■ Taigi, bendroji obligacijų vertinimo formulė:

$$PV_B = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{F}{(1+i)^T}$$

■ Faktas, kad **mažesnės palūkanų normos reiškia didesnes obligacijų kainas**, o didesnės palūkanų normos reiškia mažesnes obligacijų kainas, yra labai svarbus, ir apie jį nuolat primena **finansų naujienose**:

- kadangi obligacijos žada fiksuotus mokėjimus ateityje, kuo didesnė palūkanų norma, tuo mažesnė tų mokėjimų dabartinė vertė;
- todėl **obligacijos vertė svyruoja atvirkščiai palūkanų normai**, naudojamai apskaičiuoti pažadėtų mokėjimų PV.

### 5.3.3 Paprastesnė PV formulė

- Ši formulė naudinga skaičiuojant PV **bet kurios** mokėjimų sekos, kaip:
- būsto ar vartojimo paskola;
  - obligacijos su atkarpa;



- taip pat investicijos **vidinei grąžos normai skaičiuoti**.
- **Tarkime**, kad ketinate **pirkti būstą**:
  - **skolinsitės  $PV$  eurų**;
  - už palūkanų **normą  $i$** ;
  - sutariate atlikti  **$n$  lygių mokėjimų**.
- **Kokio dydžio bus mokėjimas? Jis bus toks, kad  $PV$  visu jūsų mokėjimų, diskontuotu palūkanų norma  $i$ , būtų lygi paskolos sumai.**
- Mokėjimo  $C$  apskaičiavimui naudokime šią  $PV$  formulę:

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+i)^t}$$

- Padauginame ją iš  $[1/(1+i)]$ :

$$\frac{1}{(1+i)} PV = \frac{1}{(1+i)} \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+i)^t} = \sum_{t=2}^{T+1} \frac{C}{(1+i)^t}$$

- Šią formulę atimam iš pradinės:



$$PV - \frac{1}{(1+i)} PV = \frac{C}{(1+i)^1} - \frac{C}{(1+i)^{T+1}}$$

■ Supaprastinam:

$$PV = \left( \frac{C}{i} \right) \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^T} \right]$$

■ Pavyzdys. Imate:

- €100 000 būsto paskola;
- 30 metų;
- už 8%.

■ Prisiminkite, kad palūkanų norma t.b. to pačio dažnio kaip ir mokėjimai. Pavyzdžiui, jei darysite mėnesinius mokėjimus, tada  $i$  t.b. mėnesinė palūkanų norma.

■ **Metiniai mokėjimai (360 mėnesinių mokėjimų) bus sprendinys:**



$$100000 = \left( \frac{C}{0,08} \right) \left[ 1 - \frac{1}{(1,08)^{30}} \right]$$

$$100000 = 11,258C$$

■ Taigi, **metiniai mokėjimai bus €8882,57**. Patikrinkite su Excel funkcija =PMT(*i*; *T*; -*PV*)

■ Tą patį galime atlikti **360 mėnesiniams mokėjimams**, naudojant mėnesinę palūkanų normą 0,6434, kurios metinis ekvivalentas yra 8 %.

$$PV = \left( \frac{C}{i} \right) \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^T} \right]$$

■ Šią formulę naudokite a) **pastoviems paskolos mokėjimams**, b) **atkarpų mokėjimams**, ar c) **vidinei investicijos gražos normai** skaičiuoti:

- kai *T* didėja,  $[1/(1+i)^T]$  vis mažesnis;
- jei mokėjimai niekada nesibaigia, t.y.  $T \rightarrow \infty$ , tada  $[1/(1+i)^T] \rightarrow 0$ , ir *PV* tokių pastovių nesibaigiančių mokėjimų bus  $[C/i]$ .

## 5.4 Realios ir nominalios palūkanų normos

■ Kol kas skaičiavimuose naudojome **nominalią palūkanų normą** (nominal interest rate), t.y. nesirūpinome, kad **infliacija gali „suvalgyti“ jų perkamąją galią**.

■ Kad gautume **realią palūkanų normą** (real interest rate,  $r$ ), iš  $i$  atimame laukiamą **infliacijos tempą** (inflation rate,  $\pi^e$ ). Tai makroekonomikoje vadinama Irving'o **Fisher'io lygtimi** (Fisher equation):

$$r = i - \pi^e$$

■ Ši lygtis yra **aproksimacija**, kurią naudokite, jei laukiama infliacija ir reali palūkanų norma yra **nedideli**. Tikslus sąryšis:

$$(1 + i) = (1 + r)(1 + \pi^e)$$
$$(1 + i) = 1 + r + \pi^e + r\pi^e$$
$$i = r + \pi^e + r\pi^e$$

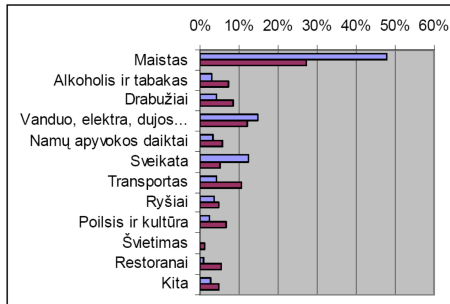
■ **Aproksimacija ignoroja  $r\pi^e$**  (tarkime,  $0,05 \cdot 0,02 = 0,001$ ).

■ **Sąvoka „reali palūkanų norma“ kiek klaidina**:

- finansinėje spaudoje matome **nominalias palūkanų normas**, kurios yra „realios“ ta prasme, kad jos **iš realaus gyvenimo (sandorių)**;
- **negalime tiesiogiai stebėti realios palūkanų normos** – turime ją įvertinti su Fisher'io lygtim ir **infiacijos lūkesčiais** (inflation expectations), kurie gaunami:
  - iš **gyventojų apklausų** (populations surveys);
  - **profesionalių prognozuotojų infliacijos prognozių** (survey of professional forecasters);
  - arba išskaičiuojami iš finansinių rinkų informacijos, pavyzdžiui, iš **infiacija indeksuotų vyriausybės obligacijų** (inflation-indexed bonds) pajamingumo.
- **Prognozės gali būti klaidingos**, todėl turime dar vieną sąvokos **dimensiją**:
  - *ex ante* realią palūkanų normą;
  - *ex post* realią palūkanų normą. Šią jau galime **apskaičiuoti tiksliai**, jei žinote savo **individualų infliacijos tempą**, kuris priklauso nuo jūsų vartojimo struktūros 😊.



*Pensininkų ir visų namų ūkių vartojimo struktūra (procentai)*



**Pav. 5.4. Pensininkų vartojimo krepšelis Lietuvoje**

*Vidutinė pensija ir makroekonominiai rodikliai*

	2000	2001	2002	2003	2004	2005
<b>Vidutinė senatvės pensija</b> (litas)	311,9	306,5	317,2	340,5	371,6	420,3
Pokytis per metus (%)		-1,8	3,5	7,3	9,1	13,1
Pokytis 2001 - 2005 (%)						35
<b>Realioji vidutinė senatvės pensija</b> (litas)	309,4	300,9	316,5	345,2	364,1	405,2
Pokytis per metus (%)		-3,5	5,2	9,1	5,4	11,3
Pokytis 2001 - 2005 (%)						30
<b>BVP pokytis (%)</b>		5,9	7,0	9,3	10,0	13,8
Pokytis 2001 - 2005 (%)						55
<b>Realiojo BVP pokytis (%)</b>		6,4	6,8	10,5	7,0	7,5
Pokytis 2001 - 2005 (%)						44
<b>Vartotojų kainų infliacija (%)</b>	0,9	1,3	0,3	-1,1	1,2	2,7
<b>Pensininkų vartotojų kainų infliacija (%)</b>	0,8	1,9	0,2	-1,4	2,1	3,7

**Pav. 5.5. Pensininkų infliacija Lietuvoje**

Šaltinis: <http://www.bernardinai.lt/straipsnis/2006-05-15-raimondas-kuodis-pensininku-ministres-asaros/29975>