

2023

Bankrotų kaskadų modeliavimas/optimali politika jų atžvilgiu: ekonomikos gelbėjimas didelių šokų laikais



Raimondas Kuodis

LB, VU

[Versija 1.3, 2023.01.27, pastaboms/papildymui]

Turinys

Šio projekto ištakos	2
Bankrotų kaskadų priežastys.....	4
Kaskadų pločio/gylio modeliavimas	6
Modelio optimizatorius.....	14
Modeliavimo rezultatai	15
Ką su kaskados pasekmėm daryt: politikos opcijos	19
Kam tai gali būti naudinga/nenaudinga	20
Kodas	21

Šio projekto ištakos

- **Covid-19** pandemijos pradžioje siūliau taikyti įmonių (nefinansinių įmonių, bankų, namų ūkių, valstybės) **tarpusavio skolų užskaitos** algoritmą.

**Nacionalinės (įmonių, gyventojų, bankų ir valdžios)
skolų tarpusavio užskaitos algoritmas**
(rimtos krizės atveju, kaip Didžiosios finansų krizės ar koronaviruso pandemijos)

Raimondas Kuodis

[Versija 1.0 2020.03.02]
[Ši versija 2.1 2020.04.14]

Turinys
Problemos ištakos
Užskaitos filosofija
Matematinis modelis
Užskaitos modeliavimo rezultatų iliustracija
Ką duotų užskaita
Sprendimo trūkumai ir kiek jie rimti
Modelio kodas
Kodo komentaras ir naudingi patarimai modeliotojui (D.U.K.)

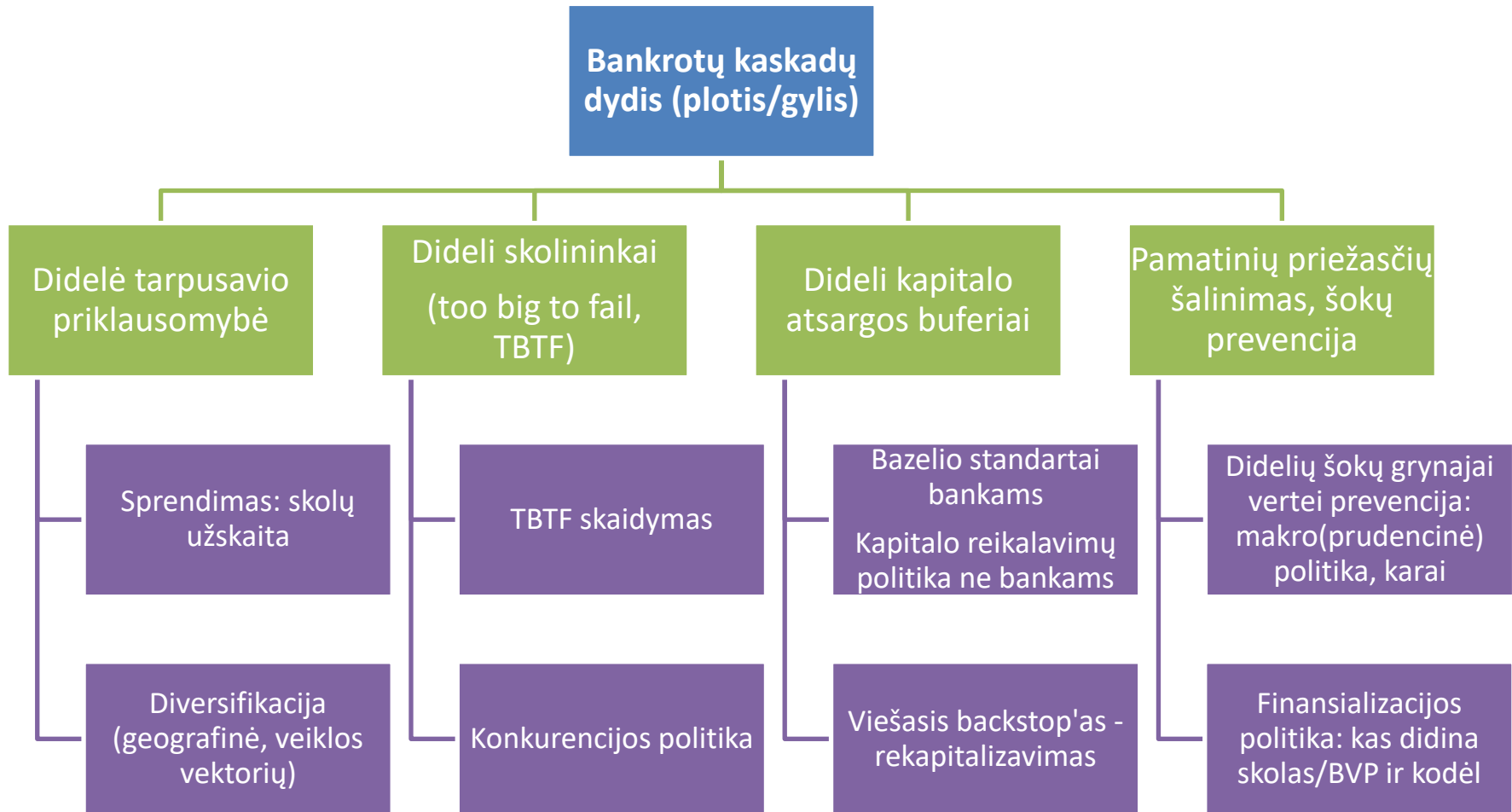
- Tame modelyje esminiu elementu (duomenų poreikio prasme) buvo ūkio subjektų **finansinių tarpusavio pretenzijų/įsipareigojimų** matrica **B**.

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & B_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

- Kur B_{ij} narys reiškia, kad i -toji įmonė skolinga j -ai B_{ij} sumą eurais.
- Tą pačią matricą **B** galime panaudoti ne tik skolų užskaitai, **bet ir bankrotų kaskados modeliavimui**.

Bankrotų kaskadų priežastys

- **Bankrotų kaskados** (avalanche of bankruptcies) atsiranda kai:
 - vienos įmonės negebėjimas (pilna apimtimi) vykdyti finansinius įsipareigojimus kitai įmonei sukelia atitinkamą pastarosios negebėjimą;
 - ir, per tarpusavio skolų **voratinklį**, net gali grįžti **teigiamu grįžtamuoju ryšiu** (positive feedback) į pirmos įmonės **grynąjį turtą** (net worth) ir taip toliau **naujomis iteracijomis** (iterations).
- Kaskadų **paplitimas** (horizontali dimensija)/**gylis** (vertikali) priklauso nuo:
 - kiek **systemiškai svarbus** (daug prisiskolinęs) yra kaskados iniciatorius (-iai);
 - kokius **grynosios vertės buferius** turi užkrečiamieji;
 - **šoko** tam buferiui **dydžio**;
 - kiek tankus **pretenzijų/įsipareigojimų tinklas**.



Kaskadų pločio/gylio modeliavimas

■ Aibės. Turim:

- įmonių aibę $i = \{1, \dots, n\}$;
- ją dubliuojančią (alias) aibę $j = \{1, \dots, n\}$.

■ Parametrai (egzogeniniai kintamieji).

B0 (parodyta GAMS kode) yra **pradinė** finansinių pretenzijų/įsipareigojimų matrica.

R0(j) ir **R1(j)** yra likusių įmonės j aktyvų (fizinis turtas ir/ar užsienio aktyvai) vertė prieš šoką ir po šoko.

Table B0(i,j)

	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10
i1		20	18	14	12	4	16	10	6	18
i2	5		1	2	3	4	5	5	3	3
i3	4	9		2	6	8	4	7	3	7
i4	9	8	2		9	8	8	3	4	6
i5	7	7	3	2		1	4	6	7	7
i6	5	6	5	1	5		6	5	1	5
i7	3	5	6	8	3	4		5	9	5
i8	1	4	6	2	6	7	2		0	4
i9	0	3	4	3	5	2	0	6		5
i10	1	2	2	4	5	0	9	7	6	

Parameter

R0(j)

```

/i1 90
 i2 2
 i3 6
 i4 20
 i5 2
 i6 1
 i7 1
 i8 2
 i9 3
 i10 5/;

```

Parameter

R1(i)

```

/i1 0
 i2 2
 i3 6
 i4 20
 i5 2
 i6 1
 i7 1
 i8 2
 i9 3
 i10 5/;

```


- Matome, kad ūkio subjektų aibės „i1“ yra **didelis skolininkas**. Ir jis patiria **didelį šoką savo rezervams** (realiam turtui + užsienio turtui).
- Tada iš pradinės matricos apskaičiuojam pradinius įmonių aktyvus (A_i), išsipareigojimus (L_i) ir grynąją vertę (N_i):

$$A_j^0 = \sum_{i=1}^n B_{ij}^0$$

$$L_i^0 = \sum_{j=1}^n B_{ij}^0$$

$$N_j^0 = A_j^0 + R_i^0 - L_j^0$$

■ Kintamieji.

Obj – tikslo funkcijos kintamasis;

k_i – mūsų pagrindinis **sprendimo kintamasis** (decision variable) yra kokiu **koeficientu mažinti įmonės i įsipareigojimų eilutę**, kad išsaugoti kuo daugiau bendrosios įmonių **grynosios vertės**.

■ Lygtys.

Tikslo funkcija:

$$\mathbf{Max} \text{ Obj} = \sum_{i=1}^n k_i$$

$$[\mathbf{Min} \text{ Obj} = \sum_{j=1}^n (N_j^0 - N_j)]$$

Modelio šerdis:

$$Z_{ij} = k_i B_{ij}$$

$$k_i = \min[1; (R_i^1 + A_i)/L_i]$$

Tapatybės:

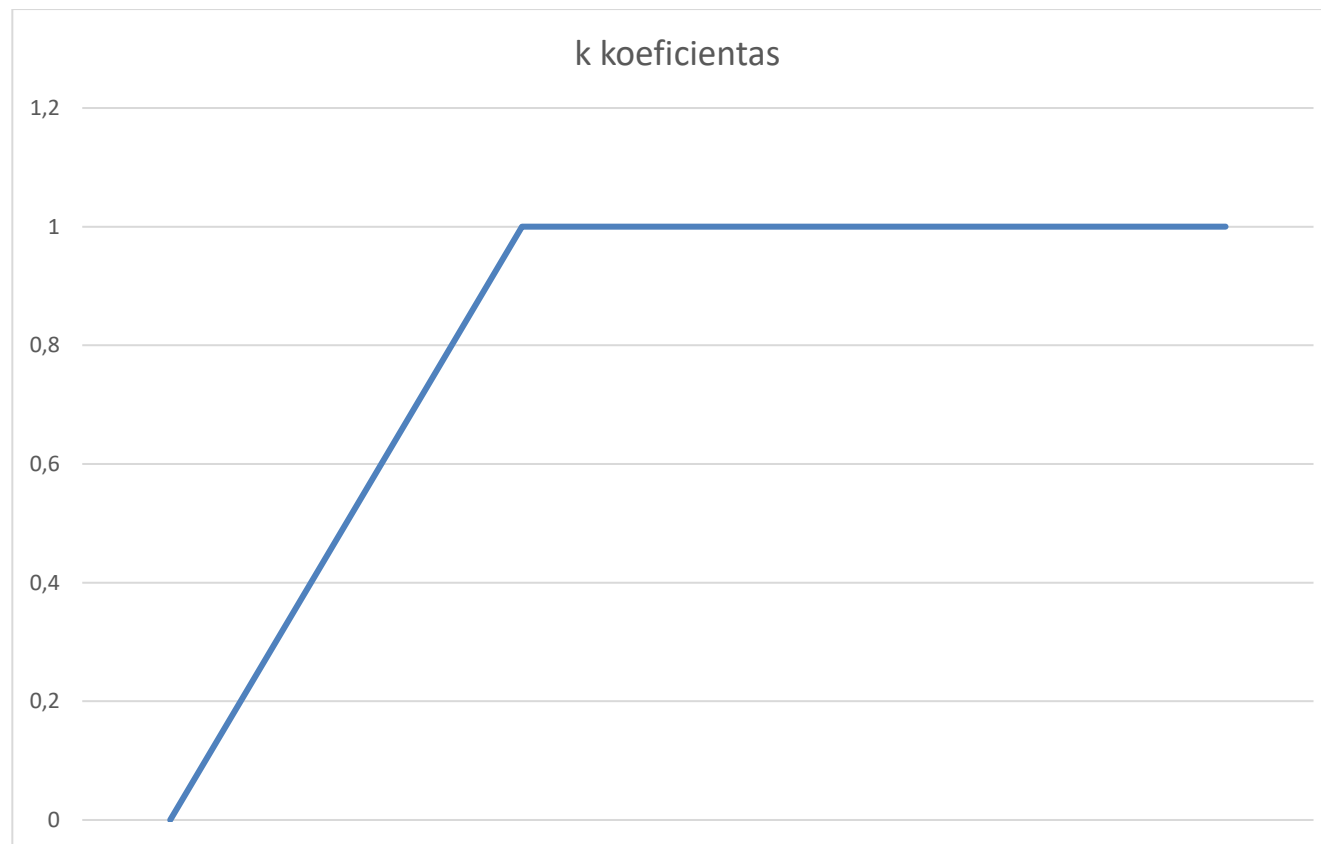
$$A_j = \sum_{i=1}^n Z_{ij}$$

$$L_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij}$$

$$N_j = A_j + R_i^1 - L_j$$

Apribojimai:

$$L_i > 0,001.$$



$$\mathbf{Max Obj} = \sum_{i=1}^n k_i$$

$$\mathbf{[Min Obj} = \sum_{j=1}^n (N_j^0 - N_j)]$$

$$Z_{ij} = k_i B_{ij}$$

$$k_i = \min[1; (R_i^1 + A_i)/L_i]$$

$$A_j = \sum_{i=1}^n Z_{ij}$$

$$L_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij}$$

$$N_j = A_j + R_i^1 - L_j$$

$$L_i > 0.001$$

Modelio optimizatorius

- **Funkcijų tipas.** Matome, kad k_i yra netolydinė funkcija su lūžtančia išvestine (discontinuous derivative).
- **Modelio ir optimizatoriaus tipas.** Todėl šiam modelyje naudojam netiesinį DNLP (solver'į).

Modeliavimo rezultatai

```

C O N O P T 3   version 3.17L
Copyright (C)   ARKI Consulting and Development A/S
                Bagsvaerdvej 246 A
                DK-2880 Bagsvaerd, Denmark
  
```

```

Iter Phase Ninf   Infeasibility   RGmax   NSB   Step InItr MX OK
   0    0                5.1020000000E+01 (Input point)

                Pre-triangular equations:   14
                Post-triangular equations:   12
                Definitional equations:      10

   1    0                9.1000000000E+00 (After pre-processing)
   2    0                9.1000000000E+00 (After scaling)
   6    1   17   8.9685155994E+00 8.0E+00    9 2.5E-02    4 F  F
  11    1    9   8.6891555180E+00 3.3E+01    9 1.0E+00    8 T  T
  21    1    5   3.2715456930E+00 5.0E-01    6 2.7E-01    T  T
  31    1    2   1.5070432561E+00 7.3E-01    3 3.4E-01    T  T
  
```

** Feasible solution. Value of objective = 9.37744620785

```

Iter Phase Ninf   Objective   RGmax   NSB   Step InItr MX OK
  37    3                9.3774462067E+00 0.0E+00    0
  
```

** Optimal solution. There are no superbasic variables.

z_out - Notepad

File Edit Format View Help

"Ntot0(i), Ntot"

132.00 42.00|

"ALN:	A0(i)	R0(i)	L0(i)	N0(i)	A(i)	R1(i)	L(i)	N(i)	k(i)"
"i1"	35.00	90.00	118.00	7.00	34.08	0.00	63.41	-29.33	0.54
"i2"	64.00	2.00	31.00	35.00	53.52	2.00	31.00	24.52	1.00
"i3"	47.00	6.00	50.00	3.00	38.31	6.00	47.07	-2.76	0.94
"i4"	38.00	20.00	57.00	1.00	31.26	20.00	54.06	-2.79	0.95
"i5"	54.00	2.00	44.00	12.00	47.41	2.00	44.00	5.41	1.00
"i6"	38.00	1.00	39.00	0.00	35.21	1.00	37.58	-1.37	0.96
"i7"	54.00	1.00	48.00	7.00	45.73	1.00	47.36	-0.63	0.99
"i8"	54.00	2.00	32.00	24.00	48.56	2.00	32.00	18.56	1.00
"i9"	39.00	3.00	28.00	14.00	35.69	3.00	28.00	10.69	1.00
"i10"	60.00	5.00	36.00	29.00	50.70	5.00	36.00	19.70	1.00

"*=== B(i,j) ==="

" "	"i1"	"i2"	"i3"	"i4"	"i5"	"i6"	"i7"	"i8"	"i9"	"i10"
"i1"	0.00	20.00	18.00	14.00	12.00	4.00	16.00	10.00	6.00	18.00
"i2"	5.00	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	5.00	3.00	3.00
"i3"	4.00	9.00	0.00	2.00	6.00	8.00	4.00	7.00	3.00	7.00
"i4"	9.00	8.00	2.00	0.00	9.00	8.00	8.00	3.00	4.00	6.00
"i5"	7.00	7.00	3.00	2.00	0.00	1.00	4.00	6.00	7.00	7.00
"i6"	5.00	6.00	5.00	1.00	5.00	0.00	6.00	5.00	1.00	5.00
"i7"	3.00	5.00	6.00	8.00	3.00	4.00	0.00	5.00	9.00	5.00
"i8"	1.00	4.00	6.00	2.00	6.00	7.00	2.00	0.00	0.00	4.00
"i9"	0.00	3.00	4.00	3.00	5.00	2.00	0.00	6.00	0.00	5.00
"i10"	1.00	2.00	2.00	4.00	5.00	0.00	9.00	7.00	6.00	0.00

"*=== Z(i,j) ==="

" "	"i1"	"i2"	"i3"	"i4"	"i5"	"i6"	"i7"	"i8"	"i9"	"i10"
"i1"	0.00	10.75	9.67	7.52	6.45	2.15	8.60	5.37	3.22	9.67
"i2"	5.00	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	5.00	3.00	3.00
"i3"	3.77	8.47	0.00	1.88	5.65	7.53	3.77	6.59	2.82	6.59
"i4"	8.54	7.59	1.90	0.00	8.54	7.59	7.59	2.85	3.79	5.69
"i5"	7.00	7.00	3.00	2.00	0.00	1.00	4.00	6.00	7.00	7.00
"i6"	4.82	5.78	4.82	0.96	4.82	0.00	5.78	4.82	0.96	4.82
"i7"	2.96	4.93	5.92	7.89	2.96	3.95	0.00	4.93	8.88	4.93
"i8"	1.00	4.00	6.00	2.00	6.00	7.00	2.00	0.00	0.00	4.00
"i9"	0.00	3.00	4.00	3.00	5.00	2.00	0.00	6.00	0.00	5.00
"i10"	1.00	2.00	2.00	4.00	5.00	0.00	9.00	7.00	6.00	0.00

■ **Užkrato plotis.** Matome, kad be pirminį šoką patyrusios i_1 įmonės, **dar keturios** įmonės atsiduria „po vandeniu“, ir jos priverstos tam tikru mastu mažinti išsipareigojimus (**cents on the dollar**).

Ką su kaskados pasekmėm daryt: politikos opcijos

■ **Opcijų grupė #1, brangi.** Galima gelbėt šoko iniciatorių, bet tas santykinai **brangu** ir, galimai, **neteisinga**:

- galėjo nukentėt nuo, pavyzdžiui, **karo** – sunaikinta daug užsienio turto;
- bet ir nuo **godumo** (investavo į kryptošlamštą ir nudegė).

■ **Opcija grupė #2, pigesnė.** Negelbėt iniciatoriaus, gelbėt tik **nekaltuosius** (innocent bystanders)¹, irgi kylant moralinėms dilemoms:

- **pilnu** mastu atstatant N_0 ? [Kodėl jie pasitikėjo tuo, kuris rizikingose šalyse ar kryptošlamšte.]
- tik $N_1 = 0$?
- $N_1 > N^{min}$, jei tai bankas?

¹ Jei tokie egzistuoja.

Kam tai gali būti naudinga/nenaudinga

- **Ukraina, kitos panašios šalys.** Po karo teks kažkaip **suvesti** finansinius **galus...**
- **Visuomenės.** Išvengtų **grynąją vertę naikinančių** ilgai trunkančių *individualių* bankroto procedūrų...
- **Bankroto administratoriai bus prieš:)** ... kurios ir taip turi mažai prasmės (Sizifo darbas), kai galutinės turto ir įsipareigojimų vertės nėra *tiksliai* žinomos. Bet kaip jas tiksliai žinoti, kai esi tokiam tankiam finansiniam voratinklyje?

Kodas



[Products](#) ▾ [Documentation](#) ▾ [Download](#) ▾ [Support](#) [Sales](#) ▾

General Algebraic Modeling System

Model – Solve – Deploy

```
#### 1. AIBIU DEKLARAVIMAS ###
```

```
Sets
```

```
i dalyviai /i1*i10/;
```

```
Alias (i,j);
```

```
#### 2. PRADINIAI DUOMENYS ###
```

```
Table B0(i,j)
```

	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10
i1		20	18	14	12	4	16	10	6	18
i2	5		1	2	3	4	5	5	3	3
i3	4	9		2	6	8	4	7	3	7
i4	9	8	2		9	8	8	3	4	6
i5	7	7	3	2		1	4	6	7	7
i6	5	6	5	1	5		6	5	1	5
i7	3	5	6	8	3	4		5	9	5
i8	1	4	6	2	6	7	2		0	4
i9	0	3	4	3	5	2	0	6		5
i10	1	2	2	4	5	0	9	7	6	

```
;
```

```
Parameter
```

```
R0(j)
```

```
/i1 90
```

```
i2 2
```

```
i3 6
```

```
i4 20
```

```
i5 2
```

```
i6 1
```

```
i7 1
i8 2
i9 3
i10 5/;
```

Parameter

R1(j)

```
/i1 0
i2 2
i3 6
i4 20
i5 2
i6 1
i7 1
i8 2
i9 3
i10 5/;
```

Parameters

A0(j)

L0(i)

N0(j);

$A0(j) = \text{sum}(i, B0(i, j));$

$L0(i) = \text{sum}(j, B0(i, j));$

$N0(j) = A0(j) - L0(j) + R0(j);$

Parameter

Ntot0;


```
Ntot0 = sum(j, NO(j));
```

```
#### 3. KINTAMIEJI ####
```

```
Variable
```

```
k(i)
```

```
Z(i,j)
```

```
G(j)
```

```
A(j)
```

```
L(i)
```

```
N(j)
```

```
Ntot
```

```
Obj;
```

```
#### 4. LYGTYS ####
```

```
Equations
```

```
eq_k(i)
```

```
eq_Z(i,j)
```

```
eq_A(j)
```

```
eq_L(i)
```

```
eq_N(j)
```

```
eq_Ntot
```

```
eq_Obj;
```

```
*---Nettingas---
```

```

eq_Z(i,j)..      Z(i,j) =e= k(i)*B0(i,j);
eq_k(i)..        k(i) =e= min(1, (R1(i) + A(i))/L(i) );

*---Galutiniai A,L,N---
eq_A(j)..        A(j) =e= sum(i, Z(i,j));
eq_L(i)..        L(i) =e= sum(j, Z(i,j));
eq_N(j)..        N(j) =e= A(j) - L(j) + R1(j);
eq_Ntot..        Ntot =e= sum(j, N(j));

*---Apribojimas
*eq_NN(j)..      N(j) =e= N0(j);

*---Obj_function---
eq_Obj..         Obj =e= sum(i, k(i) );

*### 5. RIBOS/PRADINES_REIKSMES/NUMERAIRE ###
*---Orientacines reiksmes---
*--- Apribojimai---
Z.lo(i,j) = 0;
G.lo(j) = 0.01;
L.lo(i) = 0.01;

*### 6. MODELIO DEKLARAVIMAS/SPRENDIMAS ###
Model rk_bankrotai_2022 /all/;
Solve rk_bankrotai_2022 using DNLP maximizing Obj;

*### 12. SPRENDINIO ISVEDIMAS ###
File sol /'z_out.txt'/;

```

```

Put sol;
sol.pc=6;

put 'Ntot0(i), Ntot'; put/;
put Ntot0; put Ntot.l; put/;

put 'ALN:  A0(i)  R0(i)  L0(i)  N0(i)  A(i)  R1(i)  L(i)  N(i)  k(i)'; put/;
loop(i, put i.tl; put A0(i):9:2; put R0(i):9:2; put L0(i):9:2; put N0(i):9:2;
put A.l(i):9:2;put R1(i):9:2; put L.l(i):9:2; put N.l(i):9:2; put k.l(i):9:2; put/); put/;

*=== B(i,j) ===
put '*=== B(i,j) ==='; put/;
put'  '; loop(i, put  i.tl); put/;
loop(i, put i.tl; loop(j, put B0(i,j):9:2); put/); put/;

put '*=== Z(i,j) ==='; put/;
put'  '; loop(i, put  i.tl); put/;
loop(i, put i.tl; loop(j, put Z.l(i,j):9:2); put/);

```